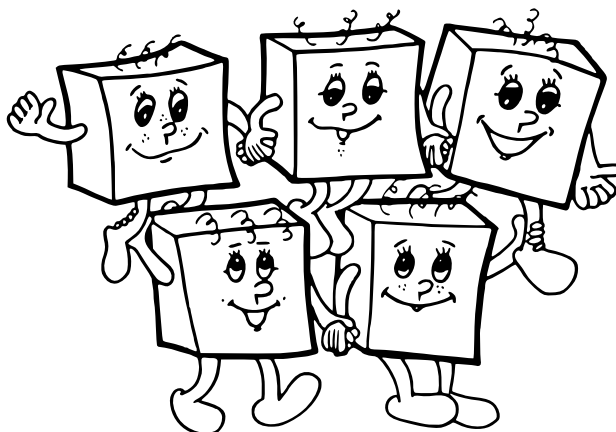


OLYMPIÁDA V INFORMATIKE NA STREDNÝCH ŠKOLÁCH

<http://oi.sk/>



dvadsiaty šiesty ročník
školský rok 2010/11
zadania krajského kola
kategória B

Priebeh krajského kola

Krajské kolo 26. ročníka Olympiády v informatike, kategória B, sa koná 11. 1. 2011 v dopoludňajších hodinách. Na riešenie úloh majú súťažiaci 4 hodiny čistého času. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovné popíšte algoritmus.
Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uveďte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v Pascale alebo C/C++.
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitou bez použitia knižnice.

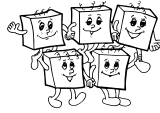
Hodnotenie riešení

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.

Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, základným kritériom hodnotenia riešenia je **správnosť** a **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Hodnotí sa aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.

Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov.

V zadaní úlohy môžu byť uvedené limity na veľkosť premenných. Tieto môžete použiť na odhad toho, ako dobré vaše riešenie je. Na počítači, ktorý vykoná miliardu inštrukcií za sekundu, zriechi vzorové riešenie ľubovoľný povolený vstup do niekoľko sekúnd.



B-II-1 Hľadanie mín II

Známa hra „Hľadanie mín“ sa hrá na obdĺžnikovom hracom pláne, ktorý obsahuje niekoľko mín. Na začiatku hry sú všetky políčka zakryté. Úlohou hráča je odhaliť pozície mín. Hracia plocha obsahuje 3 druhy políčok:

- *mínové políčko*: Obsahuje mínu.
- *políčko s číslom*: Neobsahuje mínu, ale susedí (stranou alebo rohom) s aspoň jednou mínou. Číslo v takomto políčku určuje počet susediacich mínových políčok.
- *prázdne políčko*: Neobsahuje mínu ani nesusedí so žiadnou mínou.

V každom ťahu si hráč zvolí jedno zakryté políčko. Toto políčko sa mu odkryje. Ak obsahuje mínu, hráč prehrá. Ak obsahuje číslo, hráč sa ho dozvie a ťah končí. Po kliknutí hráča na políčko p , ktoré je *prázdne*, sa okrem políčka p odkryje aj viacero iných políčok. Odkryté políčka vieme nájsť systematickým aplikovaním nasledujúceho pravidla: „Ak existuje neodkryté políčko, ktoré stranou alebo rohom susedí s nejakým **prázdny** odkrytým políčkom, odkry ho.“

(Hra teda len urobí za hráča niekoľko ťahov, ktoré sú v danej situácii jasné – odkryje len políčka, na ktorých očividne žiadna mína byť nemôže.)

Súťažná úloha

Uvažujme prvý ťah hry, v ktorom si hráč zvolil ľavé horné políčko hracieho plánu. Napíšte program, ktorý načíta rozmery hracieho plánu, počet mín a ich rozmiestnenie a vypočíta, ako bude vyzeráť hrací plán po uvedenom ťahu.

Formát vstupu

V prvom riadku vstupu sú dve celé čísla: počet riadkov R a počet stĺpcov S hracieho plánu. Riadky sú očíslované zhora dole od 1 po R , stĺpce zľava doprava od 1 po S . V druhom riadku je jedno celé číslo N , udávajúce počet mín. Nasleduje N riadkov. V i -tom z nich sú dve celé čísla r_i a s_i , udávajúce riadok a stĺpec jedného z políčok, ktoré obsahujú mínu. Môžete predpokladať, že políčko v prvom riadku a prvom stĺpci neobsahuje mínu.

Formát výstupu

Výstup by mal obsahovať hrací plán po prvom ťahu do ľavého horného rohu. Vypíšte R riadkov a v každom z nich S znakov. Každý znak predstavuje jedno políčko hracieho plánu. Ak políčko nie je odkryté, vypíšte znak '?' (otáznik). Ak políčko je odkryté a susedí s 1 až 8 mínami, vypíšte príslušnú cifru. Ak políčko je odkryté, no nesusedí so žiadnou z mín (je *prázdne*) vypíšte znak '.' (bodka).

Príklad

vstup

```
9 9
10
2 3
3 8
4 7
5 8
6 1
6 3
6 9
8 1
9 6
9 9
```

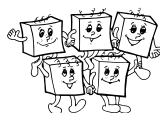
výstup

```
.1?1.....
.1?1..111
.111.12??
.....1???
1211.12??
????1..12?
?311...1?
?1..1111?
?1..1????
```

obrázok

Výstup zodpovedá nasledovnému hraciemu plánu:

	1	1					
	1	1			1	1	1
	1	1	1		1	2	
					1		
	1	2	1	1		1	2
			1			1	2
	3	1	1				1
	1				1	1	1
	1				1		



B-II-2 Zakopaný pes

Strýko Jano je nadšeným zástancom všelijakých konšpiračných teórií. Nedávno sa z dôveryhodného zdroja dozvedel, že svetová tieňová vláda uverejňuje v dennej tlači skryté správy. Na ich prečítanie stačí vybrať z textu niektoré písmená. Skúsený konšpiračný teoretik tak dokáže vhodným výberom písmen nájsť v jedinom článku dôkazy o existencii mimozemšťanov a fingovanom pristáti na Mesiaci.

Na takejto vysokej úrovni strýko ešte nie je, preto najprv trénuje hľadaním niečoho jednoduchšieho. V každom článku, ktorý dostane do ruky, hľadá a počíta skryté výskyty slova PES.

Súťažná úloha

Pomôžte skontrolovať výsledok strýka Jana. Napíšte program, ktorý načíta riadok textu a vypíše počet spôsobov, ako možno v tomto texte prečítať slovo PES.

Snažte sa, aby váš program bol čo najefektívnejší, lebo niektoré novinové články sú veľmi dlhé.

Formát vstupu

V jedinom riadku vstupu je daný reťazec písmen veľkej anglickej abecedy.

Formát výstupu

Výstup by mal pozostávať z jediného riadka obsahujúceho jedno číslo – počet spôsobov, ako možno zo vstupného reťazca odstránením niektorých písmen dostať slovo PES.

Príklad

vstup

APREDSATUJEPES

výstup

5

Takto sa dá vo vstupnom reťazci prečítať PES:

-P-E-S-----
-P-E-----S
-P-----E--S
-P-----ES
-----PES



B-II-3 Poriadok na polici II

Istotne si pamätáte príbeh o Neviditeľnej univerzite a jej knihovníkovi. Ten má v polici n zväzkov magickej encyklopédie, očíslovaných číslami 1 až n . Zlé víly tieto zväzky každú noc preusporiadajú a knihovník ich potom musí každé ráno zoradiť do správneho poradia – do postupnosti $1, 2, \dots, n$. No keďže sú zväzky veľmi ťažké, jediné čo zvláda je vymeniť dva **susedné** zväzky. Po dlhých rokoch práce v knižnici mu dnes každá takáto výmena trvá presne 1 minútu (a verte, že rýchlejšie to už skutočne nejde).

Napríklad včera ráno boli zväzky v poradí 1, 4, 2, 3, 5, 6. Keď ich chcel knihovník usporiadať, najskôr vymenil zväzky 4 a 2 (čím dostal poradie 1, 2, 4, 3, 5, 6) a následne vymenil zväzky 4 a 3 (čím dostal správne poradie 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Z vašich riešení domáceho kola sa knihovník naučil postup (algoritmus), ktorým zaručene každú postupnosť kníh vie usporiadať, a navyše pri tom spraví najmenší možný počet výmen. Algoritmus je založený na jednoduchej myšlienke: Ak niekde vidíš vedľa seba dve knihy také, že ľavá má väčšie číslo ako pravá, vymeň ich. A ak takú dvojicu už nevidíš, môžeš skončiť.

Do knižnice dnes zavítala Optimalizačná Inšpekcia (OI), aby prešetrila, či sa knihovník pri preusporadúvaní kníh neulieva. Dnes mu usporiadanie n -zväzkovej encyklopédie trvalo k minút. Teraz by rád inšpektorom OI zdôvodnil, že pracoval optimálne, no akosi si už nevie spomenúť, v akom poradí to tie zväzky ráno boli. Pomôžte prosím knihovníkovi nájsť aspoň jedno poradie zväzkov také, že keď ho optimálnym spôsobom usporiadame, tak spravíme presne k výmen.

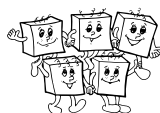
Súťažná úloha

- (2 body) Zistite, či existuje postupnosť 6 zväzkov, ktorej usporiadanie optimálnym postupom vyžaduje presne 17 výmen. Ak áno, jednu takú postupnosť nájdite.
- (2 body) Zistite, či existuje postupnosť 10 zväzkov, ktorej usporiadanie optimálnym postupom vyžaduje presne 22 výmen. Ak áno, jednu takú postupnosť nájdite.
- (6 bodov) Napíšte program, ktorý načíta n a k a nájde jednu konkrétnu postupnosť dĺžky n , na usporiadanie ktorej treba presne k výmen. Ak taká postupnosť neexistuje, váš program by to mal zistiť a podať o tom vhodnú správu.

Snažte sa, aby váš program bol čo najefektívnejší.

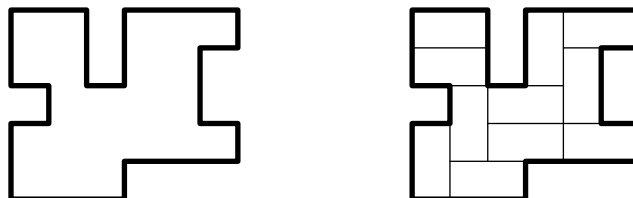
Príklad

Pre $n = 4$ a $k = 3$ je jednou z takýchto postupností 4, 1, 2, 3. (Na jej usporiadanie treba presne 3 výmeny. Inými slovami, existuje spôsob, ako zoradiť túto postupnosť pomocou troch výmen, a zároveň žiaden postup, ktorý použije menej ako tri výmeny, ju nezoradí.)



B-II-4 Dláždzenie pre pokročilých

Ako isto viete, túto sezónu je v móde používať v miestnostiach parkety rozmerov 2×1 štvorček. Nimi sa budeme aj dnes snažiť pokrývať podlahy rôznych miestností.



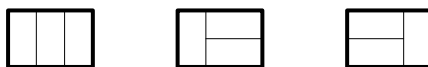
Na obrázku vľavo vidíte príklad jednej takejto miestnosti, na obrázku vpravo je jedno možné vydláždenie.

Štvorčeky, ktoré tvoria konkrétnu miestnosť, si môžeme vyfarbiť ako šachovnicu. Miestnosť, ktorá obsahuje rovnako veľa čiernych a bielych štvorčekov, budeme volať *vyvážená miestnosť*.

Z domáceho kola vieme, že ak miestnosť nie je vyvážená, tak sa nedá vydláždiť. (To platí preto, že každá parketa pokryje jedno čierne a jedno biele políčko.)

Súťažná úloha

- a) (4 body) V domácom kole sme zistili, že obdĺžnik 2×3 vieme vydláždiť presne tromi rôznymi spôsobmi:



Pre čo najviac n z množiny $\{4, 5, 6, \dots, 15\}$ zistíte, koľkými spôsobmi sa dá vydláždiť obdĺžnik $2 \times n$.

- b) (3 body) Navrhnete takú miestnosť, kde budeme mať na výber presne 150 možných dláždení. Zdôvodnite, že vami navrhnutá miestnosť ich má presne toľko.
- c) (3 body) Architektka Korina by chcela navrhovať len také miestnosti, ktoré sa určite dajú vydláždiť. Používa preto dve pravidlá:
- Každá miestnosť, ktorú Korina navrhne, je vyvážená.
 - Každý štvorček tvoriaci jej miestnosť susedí stranami s aspoň dvoma inými štvorčkami.

Je zaručené, že sa každá Korinina miestnosť bude dať vydláždiť? Ak áno, slovne popíšte postup, ktorý pre každú takúto miestnosť nájde nejaké vydláždenie. Ak nie, nájdite konkrétnu miestnosť, ktorá spĺňa obe podmienky a predsa sa nedá vydláždiť.