



Priebeh celoštátneho kola

Celoštátne kolo 41. ročníka Olympiády v informatike, kategórie A, sa koná v dňoch 18.-21. 3. 2026. Na riešenie úloh prvého, teoretického dňa majú súťažiaci 4,5 hodiny čistého času. Rôzne úlohy riešia súťažiaci na samostatné listy papiera. Akékoľvek pomôcky okrem písacích potrieb (napr. knihy, výpisy programov, kalkulačky) sú zakázané.

Čo má obsahovať riešenie úlohy?

- Slovné popíšte algoritmus. Slovný popis riešenia musí byť jasný a zrozumiteľný i bez nahliadnutia do samotného algoritmu/programu.
- Zdôvodnite správnosť vášho algoritmu.
- Uveďte a zdôvodnite jeho časovú a pamäťovú zložitosť.
- Podrobne uveďte dôležité časti algoritmu, ideálne vo forme programu v nejakom bežnom programovacom jazyku.
- V prípade, že používate vo svojom programovacom jazyku knižnice, ktoré obsahujú implementované dátové štruktúry a algoritmy (napr. STL pre C++), v popise algoritmu stručne vysvetlite, ako by ste napísali program s rovnakou časovou zložitosťou bez použitia knižnice.

Hodnotenie riešení prvého (teoretického) dňa

Za každú úlohu môžete získať od 0 do 10 bodov.

Pokiaľ nie je v zadaní povedané ináč, najdôležitejšie dve kritériá hodnotenia sú v prvom rade **správnosť** a v druhom rade **efektívnosť** navrhnutého algoritmu. Na výslednom počte bodov sa môže prejaviť aj kvalita popisu riešenia a zdôvodnenie tvrdení o jeho správnosti a efektívnosti.

Efektívnosť algoritmu posudzujeme vypočítaním jeho časovej zložitosti – funkcie, ktorá hovorí, ako dlho vykonanie algoritmu trvá v závislosti od veľkosti vstupných parametrov. Nezávisí pri tom na konštantných faktoroch, len na rádovej rýchlosti rastu tejto funkcie.

V zadaní úlohy môžu byť uvedené limity na veľkosť premenných. Tieto môžete použiť na odhad toho, ako dobré vaše riešenie je. Na počítači, ktorý vykoná miliardu inštrukcií za sekundu, vyrieši vzorové riešenie ľubovoľný povolený vstup nanajvýš za niekoľko sekúnd.



A-III-1 Veže z kociek

Paulínka má kocky. Dnes ráno Paulínka zobrala $v \geq 2$ podložík s číslami 1 až v , a potom na každú podložku postavila jeden stĺpik kociek. Tieto stĺpiky budeme pre jednoduchosť volať *veže*. Na každej kocke je napísané nejaké prirodzené číslo. Pre každú vežu i vieme, koľko kociek ju tvorí, aj aké sú na nich čísla. Kociek je dokopy nanajvýš 300 000 a čísla na nich sú *všetky navzájom rôzne*.

Paulínka by chcela dosiahnuť, aby všetky jej veže boli usporiadané – teda aby pre každú vežu platilo, že keď ju prečítame zhora dole, dostaneme rastúcu postupnosť čísel. Samozrejme, mohla by proste všetko zbúrať a postaviť odznova, ale to vôbec nie je zábava. Preto sa Paulínka rozhodla, že bude kocky presúvať nasledovne: vždy z niektorej veže zoberie jej *hornú* kocku, potom si vyberie vežu *inú ako tú pôvodnú* a do nej túto kocku *kamkoľvek* vloží. Každú takúto zmenu budeme volať *krok*.

Technické detaily: Pri vkladaní kocky do veže ju môže umiestniť aj úplne navrch alebo úplne naspodok (teda celú vežu nadvihnúť a vsunúť novú kocku pod doteraz spodnú). Ak z nejakej podložky zoberie aj poslednú kocku, vznikne prázdna veža, do ktorej môže niekedy v budúcnosti zase nejakú kocku vložiť. Nesmie ale pridávať nové podložky ani vyrábať úplne nové veže. Prázdna veža sa považuje za usporiadanú.

Podúloha A (1 + 2 body): Napíšte efektívny algoritmus, ktorý vypočíta, koľko najmenej krokov potrebuje Paulínka na to, aby dosiahla, že všetky veže budú usporiadané.

Podúloha B (4 body): Napíšte algoritmus, ktorý dá Paulínke presné inštrukcie, ako má optimálnym počtom krokov dosiahnuť cieľ z podúlohy A. Každá inštrukcia musí byť tvaru „zober kocku z vrchu veže x_i a vlož ju do veže y_i tak, aby v nej bola z_i -ta od vrchu“. (Na výstup stačí vypisovať tieto trojice čísel.)

Podúloha C (1 + 2 body): Po vyriešení predchádzajúcich podúloh si Paulínka povedala, že si to chce ešte sťažiť, a tak si navyše predpísala čísla $p_1, \dots, p_v$. Jej novým cieľom je dosiahnuť stav, v ktorom platí nielen to, že každá veža je usporiadaná, ale navyše musia mať výsledné veže tieto predpísané výšky – teda na konci musí vežu i tvoriť presne p_i kociek usporiadaných podľa veľkosti. Môžete predpokladať, že súčet všetkých p_i je presne rovný celkovému počtu kociek. Napíšte efektívny algoritmus, ktorý **vypočíta, koľko najmenej krokov** potrebuje Paulínka na to, aby dosiahla, že všetky veže budú usporiadané a budú mať správne výšky. Tento algoritmus nemusí nájsť konkrétnu sadu inštrukcií.

Obmedzenia a hodnotenie

V podúlohách A aj C je 1 bod za algoritmus, ktorý musí byť efektívny pre ľubovoľnú sadu veží s dokopy nanajvýš 300 000 kockami, a 2 body za dôkaz správnosti. Body za korektný dôkaz môžete získať aj ak váš algoritmus nebude dostatočne efektívny.

V podúlohe B ľubovoľný algoritmus, ktorý by bol dostatočne efektívny pre 300 000 kociek, môže získať plný počet bodov. Za algoritmus, ktorého časová zložitosť je v najhoršom prípade približne kvadratická od počtu kociek, budú 2 body.

Príklady

Majme $v = 3$ veže. Prvú tvoria zhora dole kocky s číslami [90, 80, 30, 10], druhú [60, 40, 50] a tretiu [20, 70].

V tejto situácii potrebujeme aspoň 4 kroky na to, aby sme vyrobili usporiadané veže. Jedno optimálne riešenie vyzerá nasledovne:

- Hornú kocku z veže 1 (s číslom 90) vložíme do veže 3 na pozíciu 3 zhora (na spodok, pod 70).
- Hornú kocku z veže 1 (s číslom 80) vložíme do veže 3 na pozíciu 3 zhora (pod 70, nad 90).
- Hornú kocku z veže 2 (s číslom 60) vložíme do veže 1 na pozíciu 3 zhora (na spodok, pod 10).
- Hornú kocku z veže 1 (s číslom 30) vložíme do veže 2 na pozíciu 1 zhora (na vrch, nad 40).

Po týchto štyroch operáciách budú veže vyzeráť nasledovne: prvá bude [10, 60], druhá [30, 40, 50] a tretia [20, 70, 80, 90].

Ak by sme mali predpísané, že tieto veže majú mať na konci výšky $p_1 = 2$, $p_2 = 2$ a $p_3 = 5$, stále by stačili štyri kroky – napr. vo vyššie uvedenom riešení by stačilo zmeniť posledný krok a kocku s číslom 30 namiesto toho vložiť do veže 3 ako druhú zhora.

Ak by sme mali predpísané výšky $p_1 = 3$, $p_2 = 5$ a $p_3 = 1$, potrebovali by sme až päť krokov.



A-III-2 Hnusný plot

Držgroš si u Donalda objednal krásny plot. Mal byť tvorený n zvislými latami, ktoré majú postupne výšku od 1 po n . Donald už objednal všetky laty, no potom mu Držgroš oznámil, že mu za plot zaplatí len polovicu toho, čo mu sľúbil. To pochopiteľne Donalda nahnevalo, a tak začal na plot pribíjať laty len tak ako prišlo. Ale keď ho prešiel prvotný nával zlosti, prišiel na ešte lepšiu pomstu: Držgrošovi namiesto krásneho plota postaví najškaredší plot na svete.

Plot nazveme *hnusný* vtedy, ak v ňom všetky výšky lát striedavo klesajú a rastú. Napr. plot s výškami lát (7, 1, 8, 5, 6, 2, 4, 3) je hnusný, lebo ako ideme popri plote, tak vidíme, že druhá lata je menšia od prvej, tretia je väčšia od druhej, štvrtá je zase menšia od tretej, a tak ďalej. Iný z hnusných plotov pre $n = 8$ je plot (1, 8, 2, 7, 3, 6, 4, 5). Plot (4, 2, 3, 5, 1) nie je hnusný, lebo neplatí, že výšky lát striedavo klesajú a rastú – lata 3 je vyššia ako lata 2 a hneď za tým je aj lata 5 vyššia ako lata 3.

Súťažná úloha

Na vstupe je číslo n (celkový počet lát), číslo k (počet lát na začiatku plota, ktoré Donald už pribil) a čísla $v_1, \dots, v_k$ (výšky týchto lát v poradí, v ktorom sú pribité na plote).

Napište program, ktorý spočíta, koľkými spôsobmi vie Donald pribiť zvyšných $n - k$ lát na pozície $k + 1$ až n tak, aby vznikol hnusný plot.

Dôležité: Správna odpoveď môže byť dosť veľká. Aby ste nemuseli zbytočne riešiť prácu s veľkými číslami v programe, zavedieme v tejto úlohe dve zjednodušenia:

- Pri písaní programu môžete predpokladať, že čísla podobnej veľkosti ako správna odpoveď sa zmestia do bežných celočíselných premenných.
- Pri analýze jeho časovej zložitosti môžete predpokladať, že základné aritmetické operácie (sčítanie, násobenie) s takto veľkými číslami vieme robiť v konštantnom čase.

Formát vstupu a výstupu

V prvom riadku vstupu sú čísla n a k . V druhom riadku sú čísla $v_1, \dots, v_k$.

Môžete predpokladať, že $n \geq 1$, $n \geq k \geq 0$, a že čísla v_i sú celé, sú z rozsahu od 1 po n , a sú navzájom rôzne.

Na výstup vypíšte jedno celé číslo: počet rôznych hnusných plotov, ktoré vie Donald vyrobiť.

Obmedzenia a hodnotenie

Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n \leq 7000$, viete získať 10 bodov.

Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n \leq 500$, viete získať 7 bodov.

V oboch prípadoch viete o dva body menej dostať za rovnako efektívne riešenie, ktoré funguje za dodatočného predpokladu, že $k = 0$ (t.j. Donald ešte nepribil žiadne laty).

Za riešenie, ktoré efektívne vyrieši ľubovoľný vstup s $n \leq 10$, viete získať 3 body.

Príklady

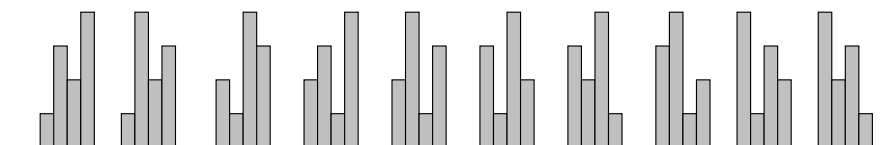
vstup	výstup	vstup	výstup	vstup	výstup	vstup	výstup
10 3 5 7 9	0	5 2 2 4	2	5 2 2 3	1	4 0	10

Prvý príklad: Výsledný plot zjavne nikdy nebude patriť medzi hnusné, keďže už existujúce laty to kazia.

Druhý príklad: Donald môže vyrobiť buď plot (2, 4, 1, 5, 3) alebo plot (2, 4, 3, 5, 1).

Tretí príklad: Tentokrát Donald nemá na výber, jediný možný hnusný plot, ktorý vie vyrobiť, je (2, 3, 1, 5, 4).

Štvrtý príklad: Všetkých 10 hnusných plotov pre $n = 4$ je na obrázku nižšie.





A-III-3 Zhasni

Tomi býva vo veľkom dome s veľa miestnosťami. Práve si chcel ísť ľahnúť, keď si uvedomil, že úplne všade nechal rozsvietené. Chcel by teraz v celom dome zhasnúť. Zaujímalo by ho, či to vie spraviť nasledovným postupom: Bude sa postupne prechádzať po dome, pričom musí začať aj skončiť vo svojej spálni. Vždy, keď *vôjde do miestnosti*, tak v nej musí *prepnúť vypínač* (zhasnúť ak tam bolo zažaté a naopak).

Podúloha A: na štvorcovej sieti. Na vstupe je daná mapa Tomiho domu: obdĺžnik znakov „X“ a „.“. Každá bodka predstavuje jednu miestnosť domu. Miestnosti, ktoré sú vedľa seba v tom istom riadku alebo stĺpci mapy, sú susedné a dá sa medzi nimi prechádzať. Miestnosti si očísľujeme v poradí, v akom sú na vstupe, číslami od 0 po $n - 1$, kde n je ich počet.

Podúloha B: všeobecne. Na vstupe je daná mapa Tomiho domu: počet n miestností v dome, počet d dverí medzi miestnosťami a d dvojíc čísel miestností prepojených dverami. Miestnosti majú čísla od 0 po $n - 1$.

Napište algoritmus, ktorý zistí, či vie Tomi vyššie popísaným postupom všade zhasnúť a ísť spať. Ak áno, váš algoritmus by mal aj zostrojiť jednu možnú Tomiho cestu po dome. Je zaručené, že z každej miestnosti sa dá dostať do každej inej. Tomiho spálňa má číslo 0. Jeho okružná cesta musí začínať aj končiť v tejto miestnosti.

Formát vstupu a výstupu

V podúlohe A sú v prvom riadku rozmery mapy (čísla r a s udávajúce jej počet riadkov a stĺpcov) a zvyšok vstupu tvorí mapa. V podúlohe B sú v prvom riadku vstupu čísla n a d a zvyšné riadky vstupu obsahujú postupne pre každé dvere čísla dvoch miestností, medzi ktorými vedú.

Na výstup vypíšte buď správu „NEDA SA“, ak riešenie neexistuje, alebo ľubovoľnú korektnú postupnosť čísel miestností v poradí, v akom do nich má Tomi vstúpiť.

Obmedzenia a hodnotenie

Na plný počet bodov stačí uviesť riešenie podúlohy B efektívne pre $n \leq 500\,000$, $d \leq 10^6$.

Čiastočné body sa dajú získať za pomalšie riešenia podúlohy B aj za ľubovoľné riešenia podúlohy A:

- Za riešenie podúlohy B efektívne pre $n \leq 3\,000$ a $d \leq 5\,000$ sa dá získať 6 bodov.
- Za riešenie podúlohy A efektívne pre $n \leq 500\,000$ sa dá získať 6 bodov.
- Za obe vyššie uvedené riešenia (menej efektívne B + efektívne A) sa dá získať 8 bodov.
- Za riešenie podúlohy A efektívne pre $n \leq 3\,000$ sa dajú získať 4 body.
- Dva body budú udelené, ak nemáte kompletné riešenie žiadnej podúlohy, ale aspoň nájdete všetky vstupy, ktoré nemajú riešenie, a dokážete, prečo nemajú riešenie. (Netreba dôkaz, že ostatné vstupy riešiteľné sú.)

Príklady

vstup	výstup	obrázok
<pre>3 5 XXX..</pre>	<pre>5 6 7 8 10 11 9 4 3 2 1 0</pre>	
<pre>1 4</pre>	<pre>1 2 3 2 1 2 1 0</pre>	
<pre>2 3 ... X..</pre>	<pre>NEDA SA</pre>	

V podúlohe B by tento test mal na vstupe $n = 5$, $d = 5$ a dvojice miestností $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 4)$ a $(3, 4)$.

ŠTYRIDSIATY PRVÝ ROČNÍK OLYMPIÁDY V INFORMATIKE

Príprava úloh: Michal Forišek, Sebastian Hajdu, Paulína Smolárová

Recenzia: Michal Anderle, Michal Forišek

Slovenská komisia Olympiády v informatike

Vydal: NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026